اجابة واجب السكشن الخامس
الفرقة الثانية تربية عام كيمياء
المعادلات التفاضلية

1- اوجد حل المعادلة التفاضلية الاتية

$$(1)\; y' = \frac{6x-3y+2}{2x-y-1}$$

الحل

$$y' = \frac{6x-3y+2}{2x-y-1} \Rightarrow (2x-y-1)\frac{dy}{dx} - (6x-3y+2) = 0$$

$$\Rightarrow (2x-y-1)\,dy - (6x-3y+2)\,dx = 0$$

الخطين $(2x-y-1=0),(6x-3y+2=0)$ خطان متوازيان

وبوضع $\frac{dz}{dx} = 2 - \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 - \frac{dz}{dx} \Rightarrow z = 2x - y$ فى المعادلة التفاضلية نجد

$$(z-1)\left(2-\frac{dz}{dx}\right) - (3z+2) = 0$$

$$\Rightarrow \left(2-\frac{dz}{dx}\right) = \frac{(3z+2)}{(z-1)} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = 2 - \frac{(3z+2)}{(z-1)} = \frac{2z-2-3z-2}{z-1} = \frac{-(z+4)}{z-1}$$

$$\Rightarrow \frac{z-1}{z+4}dz = -dx \Rightarrow \left(\frac{z+4-5}{z+4}\right)dz = -dx \Rightarrow \left(1-\frac{5}{z+4}\right)dz = -dx$$

بالتكامل للطرفين نوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$\int\left(1-\frac{5}{z+4}\right)dz = -\int dx \Rightarrow z - 5\ln(z+4) = -x + c$$

$$\Rightarrow (2x-y) - 5\ln(2x-y+4) = -x + c$$

****

لاحظ: بعض الخطوات التى قد اراها بسيطة فى الحسابات والتعويض اختصرتها فى الحل

على محمد يوسف الهلالى
المعيد بقسم الرياضيات

2- اوجد حل المعادلات التفاضلية الاتية

$$(1)\; y\{4y+\sin(2xy)\}dx + x\{8y+\sin(2xy)\}dy = 0$$

الحل

$$y\{4y+\sin(2xy)\}dx + x\{8y+\sin(2xy)\}dy = 0$$

let

$$P(x,y) = y\{4y+\sin(2xy)\} = 4y^2 + y\sin(2xy)$$

$$Q(x,y) = x\{8y+\sin(2xy)\} = 8xy + x\sin(2xy)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 8y + \sin(2xy) + 2xy\cos(2xy)$$

$$,\frac{\partial Q}{\partial x} = 8y + \sin(2xy) + 2xy\cos(2xy)$$

نلاحظ ان $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ ومنها ينتج ان المعادلة التفاضلية هى معادلة تفاضلية تامة ويكون

$$\int P(x,y)\,dx = \int 4y^2 + y\sin(2xy)\,dx = 4xy^2 + \frac{\cos(2xy)}{2} + c$$

$$,\int Q(x,y)\,dy = \int 8xy + x\sin(2xy)\,dy = 4xy^2 + \frac{\cos(2xy)}{2} + c$$

فيكون حلها العام هو $4xy^2 + \frac{\cos(2xy)}{2} + c = 0$

****